

Práctica 6

1. Dadas las siguientes funciones: $a : A \rightarrow B$, $b : B \rightarrow C$, $c : C \rightarrow A$, $d : A \times C \rightarrow D$ y $e : B \times B \rightarrow E$, determine si cada una de las siguientes expresiones es correcta con respecto a los tipos. Justifique su respuesta. Recuerde que la notación $f.x$ puede usarse en vez de $f(x)$. Suponga $u : A$, $w : B$, $x : C$, $y : D$, y $z : E$.

- a) $e(a.u, w)$
- b) $b.x$
- c) $e(a(c.x), a.u)$
- d) $a(c(b(a.y)))$
- e) $d(c.x, c.x)$

2. Para cada ocurrencia de variable en las siguientes expresiones, determine si la misma es ligada o libre:

- a) $(\forall x \mid R(x, y) \wedge P(x, y) : Q(x, y)) \equiv \neg((\forall x, y \mid R(x, y) : \neg Q(x, y)) \vee (\forall x \mid P(x, y) : \neg Q(x, z)))$
- b) $(\exists x, y \mid R(x, y, z) \vee P(x, y) : Q(x, y)) \equiv \neg((\forall x \mid R(x, y, y) : \neg Q(x, y)) \wedge (\forall x, z \mid P(x, z) : \neg Q(x, z)))$
- c) $\neg(\exists x \mid R(x, z) : \neg(P(x, z) \vee Q(x))) \equiv (\forall x, z \mid R(x, z) \wedge P(x, z) : Q(x))$
- d) $(\forall x \mid R(x, z) : Q(x)) \vee (\forall x \mid P(x) : Q(x)) \Rightarrow (\forall x, z \mid R(x, z) \vee P(x) : Q(x))$
- e) $(\exists x, y \mid R(x, y) \wedge P(x) : Q(x)) \Rightarrow (\exists x \mid R(x, y) : Q(x)) \wedge (\exists x \mid P(x) : Q(x))$
- f) $(\forall x \mid R(x, y, y)) \wedge (\exists y \mid (\forall z \mid P(y, y) : x \equiv y) \equiv (x \equiv y) \wedge (y \equiv z))$
- g) $(\exists x \mid Persona(x) : (\exists y \mid Persona(y) : EstaCasadoCon(x, y) \wedge EsHijoDe(z, x)))$

3. Expanda las siguientes sustituciones textuales. Cuando sea necesario, utilice una variable fresca antes de realizar la sustitución.

- a) $(\sum x \mid 0 \leq x + r < n : x + v)[v := 3]$
- b) $(\sum x \mid 0 \leq x + r < n : x + v)[x := 3]$
- c) $(\sum x \mid 0 \leq x + r < n : x + v)[n := n + x]$
- d) $(\sum x \mid 0 \leq x < r : (\sum y \mid 0 \leq y : x + y + n))[n := x + y]$
- e) $(\sum x \mid 0 \leq x < r : (\sum y \mid 0 \leq y : x + y + n))[r := y]$
- f) $((\forall x \mid R(x, y) \wedge P(x) : Q(x)) \equiv \neg((\forall x \mid R(x, y) : \neg Q(x)) \vee (\forall x \mid P(x) : \neg Q(x))))[y := f(x, y, z)]$
- g) $((\exists x \mid R(x, y, z) \vee P(x) : Q(x)) \equiv \neg((\forall x \mid R(x, z, z) : \neg Q(x)) \wedge (\forall x \mid P(x) : \neg Q(x))))[z := h(z)]$
- h) $((\exists x \mid R(x, y) \wedge P(x) : Q(x, y)) \Rightarrow (\exists x, y \mid R(y, y) : Q(x, y)) \wedge (\exists x \mid P(x) : Q(x, y)))[y := f(z, z)]$